Міністерство освіти і науки України

Кременчуцький національний університет   
імені Михайла Остроградського

Навчально-науковий інститут електричної інженерії   
та інформаційних технологій

Кафедра автоматизації та інформаційних систем

НаВчальна дисципліна  
«**«ІМОВІРНІСНО-СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ  
ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ»**»

Звіт

З практичної роботи №3

Виконав

студент групи КН-24-1

Озівський В.В.

Перевірив

доцент кафедри КІЕ

Сидоренко В. М.

Кременчук 2025

|  |  |
| --- | --- |
| Тема: | Геометрична ймовірність. Аксіоматичне визначення ймовірності. Теореми множення та додавання ймовірностей. Формула повної ймовірності та формула Байєса. |
| Мета: | набути практичних навичок у розв’язанні задач з підрахунку ймовірностей на основі геометричного визначення ймовірності, алгебри подій та теорем множення і додавання ймовірностей; навчитись застосовувати на практиці формули повної ймовірності та Байєса. |

Хід роботи

**Задача 18:**

**Умова:** 4 стрільці незалежно один від одного стріляють по одній мішені. Ймовірності влучення: p1=0.4, p2=0.6, p3=0.7, p4=0.8. Встановлено, що у мішень влучили 3 рази. Знайти ймовірність того, що не влучив четвертий стрілок.

**Розв'язок:**

* Подія A – "у мішень влучили 3 рази".
* Гіпотеза H – "не влучив четвертий стрілок".

Нам потрібно знайти P(H|A) – ймовірність того, що не влучив четвертий, за умови, що було 3 влучення.

Знайдемо ймовірність події A (було 3 влучення). Є 4 можливі сценарії, як це могло статися:

* Сценарій 1 (не влучив 1-й):

(1-p1) \* p2 \* p3 \* p4 = 0.6 \* 0.6 \* 0.7 \* 0.8 = 0.2016

* Сценарій 2 (не влучив 2-й):

p1 \* (1-p2) \* p3 \* p4 = 0.4 \* 0.4 \* 0.7 \* 0.8 = 0.0896

* Сценарій 3 (не влучив 3-й):

p1 \* p2 \* (1-p3) \* p4 = 0.4 \* 0.6 \* 0.3 \* 0.8 = 0.0576

* Сценарій 4 (не влучив 4-й):

p1 \* p2 \* p3 \* (1-p4) = 0.4 \* 0.6 \* 0.7 \* 0.2 = 0.0336

Повна ймовірність події A – це сума ймовірностей цих сценаріїв:

P(A) = 0.2016 + 0.0896 + 0.0576 + 0.0336 = 0.3824.

Знайдемо ймовірність того, що відбулася і подія A, і гіпотеза H. Це відповідає Сценарію 4: влучили перші три, але не влучив четвертий. P(A і H) = 0.0336.

Обчислимо умовну ймовірність

P(H|A): P(H|A) = P(A і H) / P(A) = 0.0336 / 0.3824 ≈ 0.0879.

**Відповідь:** Ймовірність того, що не влучив четвертий стрілок, становить приблизно 0.0879 (або 8.79%).

**Задача 19:**

**Умова:** Батарея з трьох гармат зробила залп, причому два снаряди влучили в мішень. Знайти ймовірність того, що перша гармата дала влучення. Ймовірності влучення: p1=0.4, p2=0.3, p3=0.5.

**Розв'язок:**

* Подія A – "було 2 влучення".
* Гіпотеза H – "перша гармата влучила".

Знайдемо ймовірність події A (2 влучення). Можливі сценарії:

* Сценарій 1 (1-а і 2-а влучили, 3-я ні):

p1 \* p2 \* (1-p3) = 0.4 \* 0.3 \* 0.5 = 0.06

* Сценарій 2 (1-а і 3-я влучили, 2-а ні):

p1 \* (1-p2) \* p3 = 0.4 \* 0.7 \* 0.5 = 0.14

* Сценарій 3 (2-а і 3-я влучили, 1-а ні):

(1-p1) \* p2 \* p3 = 0.6 \* 0.3 \* 0.5 = 0.09 P(A) = 0.06 + 0.14 + 0.09 = 0.29.

Знайдемо ймовірність того, що відбулася і подія A, і гіпотеза H. Це означає, що було 2 влучення, і перша гармата влучила. Цьому відповідають Сценарій 1 та Сценарій 2. P(A і H) = 0.06 + 0.14 = 0.20.

Обчислимо умовну ймовірність

P(H|A): P(H|A) = P(A і H) / P(A) = 0.20 / 0.29 ≈ 0.6897.

**Відповідь:** Ймовірність того, що перша гармата влучила, становить приблизно 0.6897 (або 68.97%).

**Задача 20:**

**Умова:** Є 10 монет, одна з них з двома гербами, інші 9 – звичайні. Навмання вибирають монету і підкидають 10 разів, причому всі 10 разів випадає герб. Знайти ймовірність того, що була вибрана монета з 2 гербами.

**Розв'язок:**

* Гіпотеза H1 – "вибрали монету з двома гербами". P(H1) = 1/10 = 0.1.
* Гіпотеза H2 – "вибрали звичайну монету". P(H2) = 9/10 = 0.9.
* Подія A – "10 разів поспіль випав герб".

Нам потрібно знайти P(H1|A).

Знайдемо умовні ймовірності події A для кожної гіпотези:

* P(A|H1): Ймовірність отримати 10 гербів, якщо монета має два герби. Ця ймовірність дорівнює 1 (бо інакше бути не може).
* P(A|H2): Ймовірність отримати 10 гербів, якщо монета звичайна. Ймовірність герба в одному кидку = 1/2. Для 10 кидків: (1/2)¹⁰ = 1/1024.

Знайдемо повну ймовірність події A за формулою повної ймовірності:

P(A) = P(H1) \* P(A|H1) + P(H2) \* P(A|H2) P(A) =

(0.1 \* 1) + (0.9 \* 1/1024) = 0.1 + 0.0008789... ≈ 0.100879.

Застосуємо формулу Байєса для P(H1|A):

P(H1|A) = (P(H1) \* P(A|H1)) / P(A) P(H1|A) =

(0.1 \* 1) / 0.100879 = 0.1 / 0.100879 ≈ 0.9913.

**Відповідь:** Ймовірність того, що була обрана монета з двома гербами, дуже висока і становить приблизно 0.9913 (або 99.13%).

**Задача 21:**

**Умова:** Ймовірність запитів від 1-ї підмережі P(H1)=0.6, від 2-ї P(H2)=0.4. Ймовірність перевантаження від 1-ї P(A|H1)=0.1, від 2-ї P(A|H2)=0.2.

**Розв'язок:**

* а) Ймовірність перевантаження сервера (P(A)) Використовуємо формулу повної ймовірності:

P(A) = P(H1) \* P(A|H1) + P(H2) \* P(A|H2) P(A) =

(0.6 \* 0.1) + (0.4 \* 0.2) = 0.06 + 0.08 = 0.14.

* б) Ймовірність, що перевантаження від 1-ї підмережі (P(H1|A)) Використовуємо формулу Байєса:

P(H1|A) = (P(H1) \* P(A|H1)) / P(A) = 0.06 / 0.14 ≈ 0.4286.

* в) Ймовірність, що перевантаження від 2-ї підмережі (P(H2|A)) Аналогічно:

P(H2|A) = (P(H2) \* P(A|H2)) / P(A) = 0.08 / 0.14 ≈ 0.5714.

(Перевірка: 0.4286 + 0.5714 = 1, все вірно).

Відповідь: а) Ймовірність перевантаження сервера: 0.14 (14%). б) Ймовірність, що це викликано 1-ю підмережею: ≈ 0.4286 (42.9%). в) Ймовірність, що це викликано 2-ю підмережею: ≈ 0.5714 (57.1%).

**Задача 22:**

**Умова:** Співвідношення вантажівок до легкових 3/2. Ймовірність заправки вантажівки P(A|H1)=0.1, легкової P(A|H2)=0.2. До бензоколонки під'їхала машина для заправки. Знайти ймовірність, що це вантажівка.

**Розв'язок:**

* Гіпотеза H1 – "машина є вантажівкою".
* Гіпотеза H2 – "машина є легковою".
* Подія A – "машина під'їхала заправлятися".

Нам потрібно знайти P(H1|A).

Знайдемо апріорні ймовірності гіпотез: Співвідношення 3/2 означає, що на кожні 3 вантажівки припадає 2 легкові, всього 5 частин.

P(H1) = 3 / (3+2) = 3/5 = 0.6. P(H2) = 2 / (3+2) = 2/5 = 0.4.

Знайдемо повну ймовірність події A (машина заправляється):

P(A) = P(H1) \* P(A|H1) + P(H2) \* P(A|H2) P(A) =

(0.6 \* 0.1) + (0.4 \* 0.2) = 0.06 + 0.08 = 0.14.

Застосуємо формулу Байєса для P(H1|A):

P(H1|A) = (P(H1) \* P(A|H1)) / P(A) P(H1|A) = 0.06 / 0.14 ≈ 0.4286.

**Відповідь:** Ймовірність того, що машина, яка під'їхала заправлятися, є вантажівкою, становить приблизно 0.4286 (або 42.9%).

Контрольні питання

1. Дати визначення геометричної ймовірності.

**Відповідь:** Геометрична ймовірність – це узагальнення класичної ймовірності для неперервних просторів подій. Вона визначається як відношення "міри" сприятливої області до "міри" всього простору подій. "Мірою" може бути довжина, площа або об'єм.

Формула (для площі): P(A) = S(A) / S(Ω), де S(A) – площа сприятливої області, S(Ω) – площа всього простору.

1. Навести основні правила алгебри подій.

**Відповідь:**

Сума подій (A + B або A ∪ B): Подія, що полягає у настанні хоча б однієї з подій A або B.

Добуток подій (A \* B або A ∩ B): Подія, що полягає у настанні обох подій A і B одночасно.

Протилежна подія (Ā): Подія, яка настає тоді і тільки тоді, коли не настає подія A.

Різниця подій (A \ B): Подія, яка настає, коли настає подія A, але не настає подія B.

1. Як виглядає формула множення ймовірностей для двох незалежних подій?

**Відповідь:** Ймовірність одночасного настання двох незалежних подій A і B дорівнює добутку їхніх ймовірностей.

P(A \* B) = P(A) \* P(B)

1. Як виглядає формула множення ймовірностей для двох залежних подій?

**Відповідь:** Ймовірність одночасного настання двох залежних подій A і B дорівнює добутку ймовірності однієї з них на умовну ймовірність іншої, обчислену за умови, що перша подія вже відбулася.

P(A \* B) = P(A) \* P(B|A) або P(A \* B) = P(B) \* P(A|B)

1. Як виглядає формула додавання ймовірностей для двох сумісних подій?

**Відповідь:** Ймовірність настання хоча б однієї з двох сумісних (тих, що можуть відбутися одночасно) подій A або B дорівнює сумі їхніх ймовірностей без ймовірності їхнього спільного настання.

P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \* B)

1. Як виглядає формула додавання ймовірностей для двох несумісних подій?

**Відповідь:** Ймовірність настання однієї з двох несумісних (тих, що не можуть відбутися одночасно) подій A або B дорівнює сумі їхніх ймовірностей.

P(A + B) = P(A) + P(B)

1. Дати визначення повної ймовірності.

**Відповідь:** Ймовірність події A, яка може відбутися лише разом з однією з несумісних подій (гіпотез) H₁, H₂, ..., Hn, що утворюють повну групу, дорівнює сумі добутків ймовірностей кожної гіпотези на відповідну умовну ймовірність події A.

Формула: P(A) = P(H₁) \* P(A|H₁) + P(H₂) \* P(A|H₂) + ... + P(Hn) \* P(A|Hn)

1. Як можна пояснити поняття апріорної та апостеріорної ймовірності, користуючись формулою Байєса?

**Відповідь:**

Апріорна ймовірність (P(Hi)) – це ймовірність гіпотези, оцінена до проведення експерименту. Це наша початкова оцінка, заснована на попередніх знаннях.

Апостеріорна ймовірність (P(Hi|A)) – це ймовірність тієї ж гіпотези, переоцінена після того, як став відомий результат експерименту (відбулася подія A). Це уточнена, більш точна ймовірність.

Формула Байєса P(Hi|A) = (P(Hi) \* P(A|Hi)) / P(A) показує, як перейти від апріорної ймовірності P(Hi) до апостеріорної P(Hi|A) з урахуванням нових даних, отриманих в результаті експерименту.